

Teoría de juegos

Luis R. Izquierdo (<http://luis.izqui.org>)

La teoría de juegos es un área de la matemática aplicada que utiliza modelos para estudiar interacciones sociales. Estos modelos matemáticos se llaman juegos.

La teoría de juegos se desarrolló en sus comienzos como una herramienta para entender el comportamiento de la economía, pero actualmente se usa en una variedad sorprendente de disciplinas, como la biología, las ciencias políticas, la inteligencia artificial, la estrategia militar, la psicología, la ética, o la filosofía.

Básicamente, un juego es una abstracción matemática de una interacción social. La teoría de juegos puede aplicarse a cualquier interacción social con las siguientes características:

- Hay dos o más agentes, cada uno de los cuales debe tomar una cierta decisión. Estos agentes son los **jugadores**.
- Cada jugador puede elegir entre dos o más formas de actuar (e.g. ir al cine, o ir a ver un partido de fútbol). Las distintas formas de actuar que tiene cada jugador se llaman **estrategias puras**. Una característica fundamental de todo juego es que **el resultado de la interacción depende de las decisiones de todos los jugadores**. En otras palabras, la elección de la conducta óptima para un jugador no está en general fijada de antemano, sino que depende de las elecciones de otros jugadores.
- Cada jugador tiene diferentes **preferencias** sobre cada uno de los posibles resultados del juego. En general se suele asignar valores numéricos a estas preferencias y, en ocasiones se les otorga un cierto significado de “recompensa”. Muy frecuentemente en ámbitos económicos estos valores numéricos representan **utilidades**.

Usando la terminología de teoría de juegos, cualquier interacción social con estas tres propiedades es un juego – o, para ser más precisos, podría modelarse como un juego, ya que un juego es una abstracción matemática. El ajedrez y el póker son dos ejemplos de juegos, pero muchas otras interacciones sociales de carácter económico, político, o militar, pueden ser modeladas como un juego, pese a que casi nunca se entiende como tal en lenguaje coloquial.

En general, como hemos visto, definir un juego requiere especificar:

- un conjunto de jugadores,
- un conjunto de posibles acciones (o movimientos, o estrategias) para cada jugador
- la recompensa (en inglés: payoff) que obtiene cada jugador para cada posible combinación de estrategias.

Los juegos se pueden representar de dos formas: formal normal, y forma extensiva. En este documento sólo veremos la forma normal. La forma normal (o forma estratégica) de un juego es una matriz que muestra los jugadores, las estrategias, y las recompensas.

		Jugador 2	
		Acción C	Acción D
Jugador 1	Acción A	$Payoff_2(1A,2C)$ $Payoff_1(1A,2C)$	$Payoff_2(1A,2D)$ $Payoff_1(1A,2D)$
	Acción B	$Payoff_2(1B,2C)$ $Payoff_1(1B,2C)$	$Payoff_2(1B,2D)$ $Payoff_1(1B,2D)$

En el ejemplo de arriba hay dos tipos de jugadores; uno elige la fila y otro la columna. Cada jugador tiene dos estrategias, que están especificadas por el número de filas y el número de columnas. Las recompensas se especifican en el interior. El número rojo a la izquierda debajo de cada celda es la recompensa recibida por el jugador de las filas (el Jugador 1 en nuestro ejemplo); el segundo número, en azul, es la recompensa del jugador de las columnas (el Jugador 2 en nuestro ejemplo).

El siguiente ejemplo corresponde al juego llamado “Dilema del Prisionero”:

		Player 2	
		Cooperar	No cooperar
Jugador 1	Cooperar	3	4
	No Cooperar	4	2

Así, en el Dilema del Prisionero mostrado arriba, si el jugador 1 coopera y el jugador 2 no coopera (la celda de arriba a la derecha), el jugador 1 consigue una recompensa (o pago, o payoff) de 1 y el jugador 2 consigue una recompensa de 4.

Cuando un juego se presenta en forma normal, se presupone que todos los jugadores actúan simultáneamente o, al menos, sin saber la elección que toma el otro. Si los jugadores tienen alguna información acerca de las elecciones de otros jugadores el juego se presenta habitualmente en la forma extensiva.

Observe que en el dilema del prisionero ocurre algo muy paradójico. Cada jugador, individualmente, tiene incentivos claros para no cooperar, pero si los dos no cooperan, se llega a una situación indeseable en el sentido de que existe una alternativa que los dos jugadores prefieren. Explico esto en detalle:

1. “Cada jugador, individualmente, tiene incentivos claros para no cooperar”. En el dilema del prisionero, “no cooperar” es una **estrategia dominante**, ya que es la mejor opción para cada jugador dada cualquier suposición sobre lo que va a hacer el otro jugador. Es decir, si el otro jugador coopera, yo prefiero “no cooperar”; si el otro jugador no coopera, yo prefiero “no cooperar” también.

2. Paradójicamente, si los dos jugadores deciden seguir su estrategia dominante “no cooperar”, entonces los dos jugadores obtienen un pago de 1, pero existe una alternativa en la que los dos jugadores obtendría un pago superior (si los dos jugadores cooperan). Es decir, el resultado en el que los dos jugadores “no cooperan” no es **óptimo de Pareto**, ya que existe una alternativa que todos los jugadores prefieren.

El dilema del prisionero muestra de forma nítida que existen situaciones en las que la racionalidad individual no conduce a resultados óptimos socialmente. Es un ejemplo claro en el que la mano invisible de Adam Smith falla.